

V. *De Figuris quas Fluida rotata induere possunt, Problemata duo ; cum conjectura de Stellis quæ aliquando prodeunt vel deficiunt ; & de Annulo Saturni. Authore Petro Ludovico De Maupertuis, Regiæ Societatis Londinensis, & Academiæ Scientiarum Parisiensis Socio.*

PROBLEMA I.

INVENIRE Figuram Sphæroidis fluidi circa axem rotantis, posito quod fluidi partes versus centrum attrahantur secundum aliquam distantiam a centro dignitatem.

SOLUTIO. Fig. 1.

Sit PQ axis revolutionis, & $PAQB$ sectio Sphæroidis per axem ; jam cum partes fluidi inter se quiescant, columnarum unaquæque CD idem habebit pondus versus C ; considerando ergo e columnis unam CD quæ efficit cum CP datum angulum cujus sinus $= b$ pro radio $= 1$, & quæ ex infinitis cylindricis G componitur ; cylindrici cujusque pondus versus C quæro.

Gravitas absoluta in A cum sit data $\& = p$, pro habenda gravitate in G , erit $p.p :: CA^n.CG^n$; unde habebitur gravitas in G seu $\dot{p} = \frac{p.CG^n}{CA^n}$.

Sed cum propter revolutionis motum pars quævis fluidi repellitur vi centrifuga secundum GH ; & cum
in

in mobilibus quæ contemporaneas circulationes absol-
vunt vires centrifugæ sint ut circularum descriptorum
radij ; si vis centrifuga in A sit data & = f , pro ha-

benda vi centrifuga in G, erit $f . f' :: C A . L G =$
(ob $L G . C G :: b . r$) $b C G$; unde habebitur vis

centrifuga in G seu $f' = \frac{f b . C G}{C A}$: Sed vis hæc cum

secundum G H agat decomponenda est in duas vires
K H & G K ex quibus una tantum G K partem ali-
quam vis secundum G C tollit. Habebitur ergo

vis illa G K dicendo G H . G K vel $r . b :: \frac{f b . C G}{C A}$.

$f' = \frac{f b b . C G}{C A} =$ vi cylindrum G g versus D tra-

henti. Vis ergo cylindrum G g versus C trahens
erit tantum $\frac{p . C G^n}{C A^n} - \frac{f b b . C G}{C A}$; & pondus cy-

lindruli versus C, erit $\left(\frac{p . C G^n}{C A^n} - \frac{f b b . C G}{C A} \right) G g$.

Jam columnæ C G ex cylindrulis istis conflatae pon-
dus erit $\left(\frac{p . C G^n}{C A^n} - \frac{f b b . C G}{C A} \right) G g$ quod cum

G g sit Elementum ipsius C G, dabit pro pondere co-
lumnæ C G, $\frac{p . C G^{n+1}}{n+1 . C A^n} - \frac{f b b C G^2}{2 C A}$; & pro pon-

dere totius columnæ C D, $\frac{p . C D^{n+1}}{n+1 . C A^n} - \frac{f b b . C D^2}{C A}$,

quod efficere debet pondus constans A.

Si ergo vocentur $C A = a$, $C D = r$, habebitur
 $\frac{p r^{n+1}}{n+1 . a^n} - \frac{f b b r r}{2 a} = A$. Et cum æquatio hæc,

quæcunque fit b , semper obtineat, jam si b pro indeterminata sumatur, æquatio præcedens relationem dabit inter radium quemvis CD & sinum anguli quem cum axe PQ facit.

Nunc determinanda est quantitas constans A . Ut æquatio præcedens, sit ad sectionem sphæroidis illius cujus semi axis $CA = a$, oportet, quando angulus DCP est rectus, vel quando $b = 1$, fit $r = a$; tunc ergo habetur $\frac{p a^{n+1}}{n+1 \cdot a^n} - \frac{f a a}{2 a} = A$, vel $A = \left(\frac{2p - nf - f}{2 \cdot n + 1} \right) a$.

Et sic æquatio correctæ, erit $\frac{p r^{n+1}}{n+1 \cdot a^n} - \frac{f b b r r}{2 a} = \left(\frac{2p - nf - f}{2 \cdot n + 1} \right) a$ vel $2 p r^{n+1} - (n+1) f b b a^{n-1} r r = (2p - nf - f) a^{n+1}$.

Æquatio hæc, omnium sphæroidum sectiones determinat quæcunque fit dignitas distantiae, secundum quam fit attractio; unâ tantum excepta hypothesi in qua attractio foret in ratione simplicis distantiae a centro inversa.

In hoc casu recurrendum erit ad $\left(\frac{n \cdot C G^n}{C A^n} - \frac{f b b \cdot C G}{C A} \right) G g$ quod tunc fit $\left(\frac{p \cdot C A}{C G} - \frac{f b b \cdot C G}{C A} \right) G g$, cujus fluens non nisi per Logarithmos habetur, & prodit $p \cdot C A \log. C G - \frac{f b b \cdot C G^2}{2 C A} = A$; vel pondere totius columnæ $p a \log. r - \frac{f b b r r}{2 a} = A$.

Ut corrigatur hæc æquatio, oportet ut quando $b = 1$, sit $r = a$; tunc ergo habetur $p a \log. a - \frac{f a}{2} = A$; & æquatio correctæ, est $p a \log. r - \frac{f b b r r}{2 a} = p a \log. a - \frac{f a}{2}$; vel $2 p a \log. \left(\frac{r}{a} \right) = \frac{f b b r r}{a} - f a$; vel transeundo ad numeros & sumendo $c =$ numero cujus $\log. = 1$, habetur $r = a c^{\left(\frac{f b b r r}{2 p a a} - \frac{f}{2 p} \right)}$.

Patet meridianos sphæroidum semper prodire curvas algebraicas excepta tantum ista hac hypothesi.

Si harum omnium curvarum desideretur æquatio more solito per coordinatas rectangulas, facile habetur. Nam faciendo $C E = x$, & $D E = y$, erit $r r = x x + y y$, & $b r = y$. Exterminando ergo b & r ex æquatione generali, invenietur

$$2 p (x x + y y)^{\frac{n+1}{2}} - (n+1) f a^{n-1} y y = (2 p - n f - f) a^{n+1}.$$

Et in casu $n = -1$; $x x + y y = a a c^{\left(\frac{f y y}{p a a} - \frac{f}{p} \right)}$.

Sed prima nostra ratio definiendi curvas per radios & angulos æque, & forsan hic magis comoda est quam illa quæ definit curvas per coordinatas.

Quamvis b , ut variabilis tractatur, tamen non ultra certos limites variat, & hi limites sunt 0 & 1 ; nostra itaque æquatio radialis non definit nisi partem curvæ cujus amplitudo est angulus rectus; sed cum curvæ istæ ex quatuor arcubus similibus & æqualibus consistunt,

constent, dantur curvæ meridianorum integræ per æquationem nostram.

Jam facile determinatur ratio inter ambos Sectionis axes in quavis Hypothesi.

Cum æquatio generalis sit $2 p r^{n+1} - (n+1) f b b a^{n-1} r r = (2 p - n f - f) a^{n+1}$; ut inveniat^r quando $b = 0$, habetur $2 p r^{n+1} = (2 p - n f - f) a^{n+1}$. Ex quo elicitur CA .

$$CP :: (2 p)^{\frac{1}{n+1}} . (2 p - n f - f)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Et in Hypothesi gravitatis simplici distantiae reciproce proportionalis, habetur $\text{Log.} \left(\frac{r}{a} \right) = - \frac{f}{2 p}$.

$$\text{Ex quo elicitur } \text{Log. CA} - \text{Log. CP} = \frac{f}{2 p}.$$

Patet quod n existente numero affirmativo, integro, seu fracto, hoc est in omnibus hypothefibus gravitatis directæ proportionalis alicui distantiae dignitati, diameter æquatoris axe revolutionis major semper erit. Sed si sit n numerus aliquis negativus, hoc est, si gravitas proportionalis sit inverse alicui dignita-

ti distantiae, habebitur CA . CP :: $(2 p)^{\frac{1}{-n+1}}$

$(2 p + n f - f)^{\frac{1}{-n+1}}$; nunc si $n < 1$, fit $k = 1 - n$;

& habebitur CA . CP :: $(2 p)^{\frac{1}{k}} . (2 p - k f)^{\frac{1}{k}}$;

& si $n > 1$, fit $n - 1 = k$; & habebitur CA . CP ::

$(2 p)^{\frac{1}{-k}} . (2 p + k f)^{\frac{1}{-k}}$, vel CA . CP :: $(2 p + k f)^{\frac{1}{k}}$

$(2 p)^{\frac{1}{k}}$. Insuper invenimus quod n existente $= -1$, habe-

habetur $\text{Log. CA} - \text{Log. CP} = \frac{f}{2p}$. Ex quibus patet nullam esse hypothesin in qua diameter æquatoris non superet meridiani diametrum.

Sphæroidum figura, ut satis apparet, a ratione, quam habet vis centrifuga ad gravitatem, dependet. Nunc, qualis esse possit in quibusdam hypothesibus ista ratio, videamus, & quæ inde figura sphæroidibus eveniet.

Si gravitas uniformis supponatur, erit $n = 0$ & habebitur $\text{CA} . \text{CP} :: 2p . 2p - f$. Itaque in terra ubi vis centrifuga sub æquatore 289^{am} gravitatis partem æquat, si quæretur ratio quam habet diameter æquatoris ad axem in hypothesi gravitatis uniformis (ponendo 289 pro p , & 1 pro f) habebitur $\text{CA} . \text{CP} :: 578 . 577$.

Possit vis centrifuga æquari gravitati, quod obtineret si terræ revolutio diurna 17 vicibus celerior redderetur; & tunc haberetur $\text{CA} . \text{CP} :: 2 . 1$. Sed si revolutio magis ac magis cita fieret, partes successive dissiparentur donec tandem terra ad atomum unicam redigeretur. Ex quo patet quod in hac hypothesi gravitatis uniformis, terra circa polos nunquam potest esse depressior quam si diameter æquatoris sit duplo major axe revolutionis. In hoc casu terra constaret ex duobus paraboloidibus sicut invenit D. Huygens in tractatu de causa gravitatis pro hac hypothesi particulari quam solam examinavit.

Si gravitas distantie a centro proportionalis statuatur, erit $n = 1$, & habebitur $\text{CA} . \text{CP} :: \sqrt{p} . \sqrt{p - f}$. Si igitur vis centrifuga, gravitati fieret æqualis, diameter æquatoris, axe revolutionis fieret infinite major. Hoc est, sphærois planum tantum circulare foret.

Et

Et cum in hac hypothefi vis centrifuga ad gravitatem omnes poffit habere rationes à ratione nullâ, ufque ad æqualitatis rationem, patet æquatoris diametrum ad axem revolutionis omnes has rationes habere poffe ; & fphæroidem quæ in hac hypothefi, femper eft Ellypfois, poffe effe omnes Ellypfoides à fphæra ufque ad circulum. Sed in hac etiam hypothefi, vis centrifuga ultra crefcere nequit.

Si gravitas quadrato diftantiæ reciproce proportionalis ponatur, erit $n = -2$; & habebitur $CA . CP :: 2p + f . 2p$. Ex quo liquet in hac hypothefi vim centrifugam femper crefcere poffe, vel quod eodem redit, motum revolutionis citiorem femper fieri poffe, nec tamen fphæroidis partes diffiparentur.

SCHOLIUM.

Cæterum, ex his omnibus hypothefibus nullam quafi in natura revera datam hic ufurpo : fiquidem interiores corporum partes non gravitant verfus centrum aliquod unicum juxta proportionem quamvis diftantiarum ab hoc centro in corporibus pofito. Attractio partium ex forma corporis dependet, ut & viciffim forma dependet ex attractione. Idcirco omnes hæ determinaciones, funt magis mathematicæ quam phyficæ. Unde fit, quod D. Newton indeterminacione axis terræ & diametri æquatoris rationem invenerit diverfam ab Huygeniana & a noftris, nempe eam quæ eft inter 229 & 230. Summus vir folutionem mere geometricam per hypothefes neglexit, ut naturæ magis confentaneam daret.

P R O B L E M A II.

Posito quod materia fluens circa axem extra fluentum sumtum, attrahatur versus centrum in hoc axe positum vi alicui distantiae a centro dignitati proportionali; dum interea propter fluenti partium attractionem mutuam, fit altera attractio versus aliud centrum intra fluentum sumtum, quæ in quavis sectione fluenti revolutionis perpendiculariter per centrum exterius facta, fit alicui distantiae a centro interiori dignitati proportionalis: invenire figuram quam fluentum induet.

S O L U T I O. (*Fig. 2.*)

Sit $ADPa d QA$ sectio fluenti gyrantis circa axem $\Lambda\lambda$ per planum revolutioni rectum quod transit per centrum γ facta. Sit γ centrum virium centripetarum extra fluentum sumtum; & C centrum versus quod partes fluenti attrahuntur in sectione sumtum.

Ut fluidi partes in æquilibrio maneant, oportet pondus cujusque columnæ CD tum a gravitate versus γ , tum versus C , tum a vi centrifuga ortum, idem ubique maneat.

Sit ergo gravitas in A versus γ , data $\& = \pi$, gravitas in A versus C , data $\& = p$, & vis centrifuga in A , etiam data $\& = f$. Sit $AC = a$, $C\gamma = b$, $cg = r$; sinus ang. $DCP = b$ pro radio $= 1$; erit $GL = br$, & è γ demissa perpendiculari γR in radium CD productum, erit $CR = bb$, & $\gamma G =$ (per 12^{am} Elem. lib. 2.) $\sqrt{(bb + 2bb r + rr)}$.

Jam cum sit gravitas in A versus $\gamma = \pi$, dicendo
 $\pi . \pi' :: (a+b)^m (bb+2bbr+rr)^{\frac{1}{2}m}$ habebitur
 gravitas in G seu $\pi' = \frac{\pi (bb+2bbr+rr)^{\frac{1}{2}m}}{(a+b)^m}$.

Et ut versus C derivetur, dicatur $\pi . \pi'' :: G \gamma . G R$,
 vel $\frac{\pi (bb+2bbr+rr)^{\frac{1}{2}m}}{(a+b)^m} . \pi'' :: (bb+2bbr+rr)^{\frac{1}{2}}$
 $bb+r$; unde habetur vis ab attractione ver-
 sus γ , derivata versus C, seu

$$\pi'' = \frac{\pi (bb+r) (bb+2bbr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m}$$

Habetur insuper (cum gravitas in A versus C, sit
 $= p$) gravitas in G versus C $= \frac{p r^n}{a^n}$; Gravitas ergo
 tota versus C ex gravitatibus ambabus versus γ & C
 orta habebitur $= \frac{\pi . (bb+r) (bb+2bbr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m} + \frac{p r^n}{a^n}$;

Nunc cum sit vis centrifuga in A, $= f$; dicendo
 $f . \dot{f} :: a+b . b+br$ habetur vis centrifuga in
 G seu $\dot{f} = \frac{f(b+br)}{a+b}$; & ut pars istius vis quæ ver-
 sus D trahit inveniatur; fiat $\dot{f} . \dot{f}'' :: G H . G K$, vel
 $\frac{f(b+br)}{a+b} . \dot{f}'' :: 1 . h$; unde habetur vis gravitati
 versus C opposita seu $\dot{f}'' = \frac{f b (b+br)}{a+b}$. Vis

Vis ergo versus C ex omnibus his viribus resultans,

$$\text{erit } \frac{\pi (b b + r) (b b + 2 b h r + r r)^{\frac{m-1}{2}}}{(a + b)^m} + \frac{p r^n}{a^n} \\ - \frac{f b (b + h r)}{a + b}.$$

Concipiendo ergo ut in primo problemate colum-
nam C D, ex infinitis cylindrulis r compositam, ha-

$$\text{bebitur } \mathbf{F} \left(\frac{\pi (b b + r) (b b + 2 b h r + r r)^{\frac{m-1}{2}}}{(a + b)^m} + \right. \\ \left. \frac{p r^n}{a^n} - \frac{f b (b + h r)}{a + b} \right) r, \text{ quod æquari debet alicui}$$

$$\text{constanti ponderi. Erit ergo } \frac{\pi (b b + 2 b h r + r r)^{\frac{m+1}{2}}}{(m + 1) \cdot (a + b)^m} + \\ \frac{p r^{n+1}}{(n + 1) \cdot a^n} - \frac{f b h r}{a + b} - \frac{f b h r r}{2 \cdot (a + b)} = A.$$

Ut corrigatur hæc æquatio, oportet quando $b = 1$,
esse $r = a$; tunc ergo habetur $\frac{\pi (a + b)}{m + 1} + \frac{p a}{n + 1} -$

$$\frac{f a b}{a + b} - \frac{f a a}{2 (a + b)} = A. \text{ Et æquatio correctæ, erit}$$

$$\frac{\pi (b b + 2 b h r + r r)^{\frac{m+1}{2}}}{(m + 1) \cdot (a + b)^m} + \frac{p r^{n+1}}{(n + 1) a^n} - \frac{f b h r}{a + b} - \\ \frac{f b h r r}{2 (a + b)} = \frac{\pi (a + b)}{m + 1} + \frac{p a}{n + 1} - \frac{f a b}{a + b} - \\ \frac{f a a}{2 (a + b)}.$$

Vel scribendo c pro $a + b$, & q pro $(m + 1) \times (n + 1) 2 (n + 1) \pi a^n (bb + 2 b b r + r r)^{\frac{m+1}{2}}$
 $+ 2 (m + 1) p c^m r^{n+1} - 2 q f a^n b c^{m-1} b r -$
 $q f a^n c^{m-1} b b r r = 2 (n + 1) \pi a^n c^{m+1} +$
 $2 (m + 1) p a^{n+1} c^m - 2 q f a^{n+1} b c^{m-1} -$
 $q f a^{n+2} c^{m-1}.$

Patet, in omnibus hypothesibus, sectionem fluenti
 esse curvam algebraicam, exceptis tantum hypothe-
 sibus attractionis versus γ vel versus C in ratione sim-
 plicis distantiae inversâ; nam si fit tantum $m = -1$,
 habebitur pro sectione fluenti

$$\frac{\pi(a+b)}{2} L (bb + 2 b b r + r r) + \frac{p r^{n+1}}{n+1. a^n} -$$

$$\frac{f b b r}{a+b} - \frac{f b b r r}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{2} L (a+b)^2 +$$

$$\frac{p a}{n+1} - \frac{f a b}{a+b} - \frac{f a a}{2(a+b)}. \text{ vel }$$

$$\frac{\pi c}{2} L \left(\frac{bb + 2 b b r + r r}{c c} \right) = - \frac{p r^{n+1}}{(n+1) a^n} +$$

$$\frac{f b b r}{c} + \frac{f b b r r}{2 c} + \frac{p a}{n+1} - \frac{f a b}{c} - \frac{f a a}{2 c}.$$

Et si tantum $n = -1$, habebitur

$$\frac{\pi(b b + 2 b b r + r r)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1. (a+b)^m} + p a L r - \frac{f b b r}{a+b} -$$

$$\frac{f b b r r}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{m+1} + p a L a - \frac{f a b}{a+b} -$$

$$\frac{f a a}{2(a+b)}. \text{ vel } p a L \left(\frac{r}{a} \right) = -$$

$\pi(b b$

$$\frac{\pi (bb + 2 b b r + r r)^{\frac{m+1}{2}}}{(m+1).c^m} + \frac{f b b r}{c} + \frac{f b b r r}{2c} +$$

$$\frac{\pi c}{m+1} - \frac{f a b}{c} - \frac{f a a}{2c}.$$

Sed si sint simul $m = -1$, & $n = -1$, habebitur

$$\frac{\pi (a+b)}{2} L (bb + 2 b b r + r r) + p a L r -$$

$$\frac{f b b r}{a+b} - \frac{f b b r r}{2(a+b)} = \frac{\pi (a+b)}{2} L (a+b)^2 +$$

$$p a L a - \frac{f a b}{a+b} - \frac{f a a}{2(a+b)} \text{ vel}$$

$$\frac{\pi c}{2} L \left(\frac{bb + 2 b b r + r r}{c c} \right) + p a L \left(\frac{r}{a} \right) =$$

$$\frac{f b b r}{c} + \frac{f b b r r}{2c} - \frac{f a b}{c} - \frac{f a a}{2c}.$$

Si desideretur æquatio sectionis fluenti per coordinatas rectangulas; faciendo $C E = x$ & $D E = y$ habebuntur duæ æquationes $rr = xx + yy$ & $br = y$, quarum ope exterminabuntur r & b ex æquationibus supra inventis; & habebitur pro casu generali,

$$2(n+1)\pi a^n (bb + 2 by + yy + xx)^{\frac{m+1}{2}} +$$

$$2(m+1)p c^m (xx + yy)^{\frac{n+1}{2}} - 2q f a^n b c^{m-1} y -$$

$$q f a^n c^{m-1} yy = 2(n+1)\pi a^n c^{m+1} + 2(m+1)$$

$$- 1) p a^{n+1} c^m - 2q f a^{n+1} b c^{m-1} - q f a^{n+2} c^{m-1}.$$

Et eodem modo in casibus $m = -1$, $n = -1$, reperientur æquationes per coordinatas rectangulas.

Ut curvam P A Q invenimus, ita quoque invenietur curva P a Q mutatis mutandis. Nam tunc si sit gravitas in a versus γ data $\& = \pi$, gravitas in a versus C $= p$, vis centrifuga in $a = f$; C a $= a$, C $\gamma = b$, C g $= r$, g l $= b r$, & $\gamma g = \sqrt{(b b - 2 b b r + r r)}$ invenietur gravitas in g versus C, ab attractione

$$\text{versus } \gamma \text{ orta, } \pi = \frac{\pi (b b - r) (b b - 2 b b r + r r)^{\frac{m-1}{2}}}{(b - a)^m}.$$

$$\text{Habetur insuper gravitas in g versus C, } p = \frac{p r^m}{a^n}.$$

$$\text{Sic etiam vis centrifugæ pars in g quæ trahit versus C invenietur } f = \frac{f b (b - b r)}{b - a}.$$

Sed hæc posteriores vires nunc primæ opponuntur.

$$\text{Habebitur ergo } F \left(\frac{\pi (-b b + r) (b b - 2 b b r + r r)^{\frac{m-1}{2}}}{(b - a)^m} + \frac{p r^n}{a^n} + \frac{f b (b - b r)}{b - a} \right) r = A. \text{ Unde deducitur}$$

$$\frac{\pi (b b - 2 b b r + r r)^{\frac{m+1}{2}}}{(m+1) (b - a)^m} + \frac{p r^{n+1}}{(m+1) a^n} + \frac{f b b r}{b - a} - \frac{f b b r r}{2 (b - a)} = \frac{\pi (b - a)}{m+1} + \frac{p a}{n+1} + \frac{f a b}{b - a} - \frac{f a a}{2 (b - a)}.$$

Et in casibus $m = -1$, $n = -1$, invenientur ut supra æquationes sectionum, debitis tantum signis mutatis.

Et per has æquationes radiales invenientur æquationes ad coordinatas ut factum est pro curva P A Q.

Et cum pondus columnæ tam in superiori quam in inferiori curva debeat idem esse, habebitur æquatio inter pondus A in curva superiori, & pondus A in infe-

inferiori, ex qua determinabitur $C a$ pro determinata $C A$, & sic sectio fluenti integra determinabitur.

Quæcunque sit hypothesis gravitatis, semper pro dato angulo $D C P$, radius $C D$ obtineri potest datæ longitudinis, & sic figura fluenti vel crassior vel tenuior fiet, & quidem modis infinitis; ponendo in æquatione pro b & r valores determinatos. Sic fieri potest ut puncta P & Q coeant, scribendo o pro b & r ; & tunc sectio fluenti ex duabus ovalibus figuris in C junctis constabit. Nam infinitæ rationes inter π , p , & f quæ ad id efficiendum conveniunt, obtinebuntur.

Si ex grat. ultimum hoc desideretur, nempe ut P & Q coeant in C , habebitur $2 (n + 1) \pi b^{m+1} = 2 (n + 1) \pi c^{m+1} + 2 (m + 1) p a c^m - 2 q f a b c^{m-1} - q f a a c^{m-1}$. Unde eliciuntur infinitæ rationes inter π , p , & f .

Si ponatur gravitas tum versus γ , tum versus C simplici distantia a centro proportionalis; sectio fluenti erit conisectio. Et si tunc desideretur ut puncta P , Q & C coeant, figura ex duabus Ellypsibus in C junctis, constabit.

Nunc si distantia $C \gamma$ evanescat, vel duo centra coeant; erit $b=o$ & $e=a$; & fluentum fiet sphærois.

Si insuper ponatur $m=n$, & $\pi=o$, æquatio generalis sectionis fluenti fiet $2 p r^{n+1} -$

$(n+1) f a^{n-1} b b r r = (2 p - n f - f) a^{n+1}$. Vel in

casu $n = -1$, $2 p a L \left(\frac{r}{a} \right) = \frac{f b b r r}{a} - f a$.

ut invenimus in primo problemate quod est istius casus tantum specialis.

SCHOLION.

Hæc consideratio formarum quas pro diversa gravitatis ad vim centrifugam ratione, fluida induere possunt, me induxit ut cogitarem tales planetarum formas forsitan in coelis reperiri, cum ad hoc celeriori tantum circa axem motu, vel minori materiæ densitate opus sit. Etenim quamvis pauci quos novimus planetæ satis ad sphæroidicam formam accedant, cur non alij aliarum formarum supra dictarum admitterentur vel circa alios soles, vel etiam circa nostrum? Hi planetæ lentiformes, vel propter distantiam, a nobis nunquam conspicerentur, vel quia in plano Eclipticæ versarentur, aut in plano parum ad Eclipticam inclinato, cui plano illorum axis revolutionis esset rectus, aut fere rectus; nam in hoc situ è terra conspici nequirent.

Cur etiam talis formarum varietas inter fixas, locum non haberet? præsertim cum illas circa axem gyrari, solis instar nostri, sit admodum verisimile. Forsitan fixæ lentiformes in coelis dantur. Forsitan planetis admodum excentricis vel cometis cinguntur, qui cum in plano æquatoris fixæ non versentur, quando ad perihelium accedunt, directionem axis stellæ turbant; & tunc quæ nobis propter situm non apparebat, apparet stella, vel quæ apparebat non apparet. Et sic ratio redderetur cur quædam stellæ per vices accendi & extingui videntur.

Sed si in quovis systemate cometa aliquis caudam trahens, fertur in viciniam alicujus potentis planetæ, quid eventurum? Materia quæ à corpore cometæ effluit, circa planetam trahetur; & cometa novam
mate.

materiam effundente, vel sufficiente materiæ jam effusæ copia, orietur fluxus circa planetam continuus: & quamvis columnæ fluenti vel cylindrica, vel conica, vel quælibet alia forma primum fuerit, vis ejus centrifuga cum gravitatibus tum a planeta tum a materia fluenti ortis, semper eam latiore & tenuiorem reddet; & columna hæc curvata ad aliquam e formis supra definitis in Probl. 2^o accedet. Et sic omnium naturæ phænomenorum maxime stupendi, Saturni annuli ratio redderetur.

Interea dum cometæ cauda talem planetæ anulum daret, corpus ipsum cometæ forsân etiam traheretur si in distantia debita esset, & novus planetæ satelles fieret. Sic forsân plures cometæ satellitibus & anulo Saturnum ditarunt: nam anulum Saturni unius cometæ effluvio tribuendum non videtur, cum umbram in Saturni discum projiciat dum materia tamen caudarum cometarum adeo sit rara ut trans illam lucentes stellæ videri queant. Annulus ergo Saturni ex plurium cometarum caudis constare videtur, & quarum materia propter attractionem Saturni densior facta est.

Patet planetam satellites, nec tamen anulum, acquirere posse; nam non omnes cometæ caudam habent: Et si cometa caudâ carens trahatur, planetæ satellitem sine anulo dabit.

Summus Newton statuit vapores cometarum in planetas spargi: imò etiam hanc communicationem necessariam duxit, ut quidquid liquoris consumitur, reparetur. Viri illustrissimi D.D. Halley & Whiston, cometas & cometarum caudas planetis infestas mutationes, ut polorum variationem, diluvia, & incendia inferre posse crediderunt; sed cometæ benigniores ef-

fectus producere possunt, & etiam planeris aliquando res miras & utiles dare.

VI. *An Extract of a Letter from Oliver St. John, Esq; F. R. S. dated from Florence, November the 30th, 1731, N. S. Communicated by R. Graham, F. R. S.*

WHEN I consider how many are charged overlaid in the Bills of Mortality, I wonder that the *Arcutio's*, universally used here, are not used in *England*. I here send you the Design of one, drawn in Perspective, with the Dimensions, which are larger than usual.

The ARCUCCIO. *Vide Fig. 3.*

- a*, The Place where the Child lies.
 - b*, The Head-board.
 - c*, The Hollows for the Nurses Breasts.
 - d*, A Bar of Wood to lean on when the suckles the Child.
 - e*, A small Iron Arch to support the said Bar.
- The Length 3 Feet, 2 Inches and a half.

Every Nurse in *Florence* is obliged to lay the Child in it, under Pain of Excommunication. The *Arcutio*, with the Child in it, may be safely laid entirely under the Bed-cloaths in the Winter, without Danger of smothering.

VII. *An*

Fig. 1.

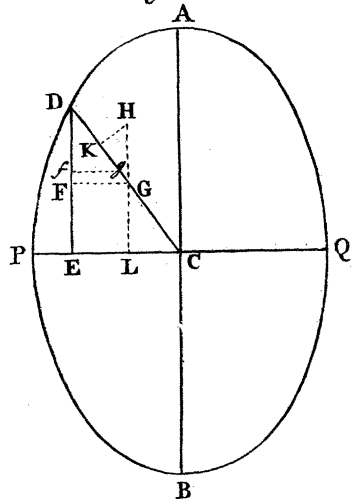


Fig. 3.

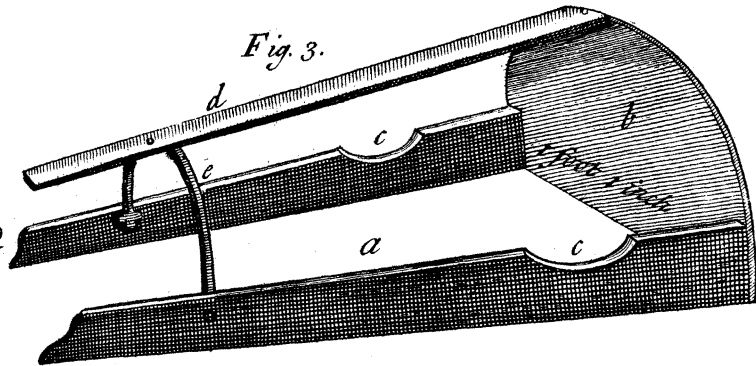


Fig. 2.

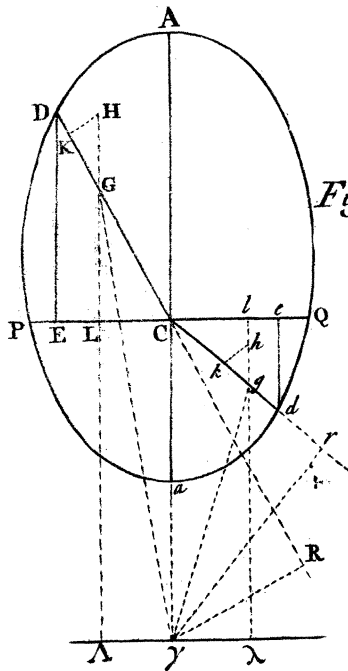


Fig. 4.

